

冻结粉土强度准则探讨

张 德^{1,2}, 刘恩龙^{1,3}, 刘星炎^{1,2}, 宋丙堂^{1,2}

(1. 中国科学院西北生态环境资源研究院 冻土工程国家重点实验室, 甘肃 兰州 730000; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. 四川大学 水利水电学院, 四川 成都 610065)

摘 要: 冻土的强度随围压的增加呈先增大后减小的趋势, 通过修正子午面内 $q-p$ 曲线的斜率 M^* 来探讨冻土强度变化规律。基于摩尔圆和包络线定理, 推导了冻土内摩擦角随平均正应力的变化规律。假定偏应力的采用 Mohr-Coulomb 和 Von-Mises 强度准则的组合形式表示, 将内摩擦角引入到偏平面中获得了偏平面内的强度准则。在不同温度 (-6 、 -10 、 -15 °C) 和 $0.3 \sim 15.0$ MPa 围压下对冻结粉土进行了一系列低温三轴压缩试验, 根据试验结果确定了子午面和偏平面的相关强度参数。结果表明: (1) 子午面内的强度准则能较好模拟冻土在低围压下的强化效应和高围压下的弱化效应; (2) 内摩擦角随平均正应力增大呈先增大后减小的趋势; (3) 随控制参数 s 的增加, 在偏平面内偏应力由 Mohr-Coulomb 包络线逐渐向 Von-Mises 包络线转化, 其形状大小与极限强度值呈一一对应关系。最后通过试验结果与已有的强度准则对比表明: 修正的强度准则具有一定的适用性。

关 键 词: 冻结粉土; 强度准则; 修正 Mohr-Coulomb 准则; 子午面; 偏平面

中图分类号: TU 445

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018) 09-3237-09

Investigation on strength criterion for frozen silt soils

ZHANG De^{1,2}, LIU En-long^{1,3}, LIU Xing-yan^{1,2}, SONG Bing-tang^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, Northwest Institute of Eco-environment and Resources, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou, Gansu 730000, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. College of Water Resources and Hydropower, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China)

Abstract: The strength for frozen silt soil increases with the increase of confining pressure at relatively low pressures, but decreases with the increase of confining pressure at relatively high pressures, which is different from unfrozen geomaterials such as metal, concrete, rock, sand and clay. To investigate the strength criterion for frozen soils and simulate the breaking process under different confining pressures, the strength criterion is derived from the modified slope M^* of $q-p$ strength curves in the meridian plane, and the formulation is deduced, which is related to internal friction angle and average normal stress on the basis of the Mohr's circle and envelope theory. The strength criterion in the deviatoric plane is obtained from the assumption that the deviatoric stress is a combination of Mohr-Coulomb and Von-Mises strength criterion. A series of cryogenic triaxial compressive tests are conducted at three different temperatures, i.e. -6 , -10 and -15 °C, and different confining pressures of 0.3 , 1.4 , 3.0 , 6.0 , 10.0 and 15.0 MPa to determine the related strength parameters. Testing results are shown as follows: 1) the modified strength criterion in the meridian plane can simulate the strengthening effect at a relatively low confining pressure and the weakening effect at a high confining pressure; 2) the variation tendency of internal friction angle increases first and then decreases with the increase of normal stress; and 3) with the increase of parameters, the envelope shape of deviatoric stress is transformed from Mohr-Coulomb to Von-Mises criterion in the deviatoric plane, and its value corresponds to yield stress. Finally, the comparison between literature and experimental data demonstrates that the proposed strength criterion has a satisfactory applicability for frozen silt soils.

Keywords: frozen silt soil; strength criterion; modified Mohr-Coulomb criterion; meridian plane; deviatoric plane

收稿日期: 2016-12-22

基金项目: 中国科学院“百人计划”资助项目; 国家自然科学基金项目 (No.41771066)。

This work was supported by the CAS Pioneer Hundred Talents Program and the National Science Foundation of China (41771066).

第一作者简介: 张德, 1987 年生, 男, 博士研究生, 主要从事冻土本构模型方面的研究工作。E-mail: 120821875@qq.com

通讯作者: 刘恩龙, 1976 年生, 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事土的本构关系与数值模拟方面的研究工作。E-mail: liuenlong@scu.edu.cn

1 引言

冻土的强度是指冻土抵抗外界破坏的能力,是冻土重要的力学性质之一^[1]。冻土是由固体矿物颗粒、冰、未冻水和气体等多相复合材料组成,其中冰具有极强的流变性和温度敏感性,致使冻土的强度与融土相差甚远。目前,针对融土已建立了强度准则,包括 Mohr-Coulomb、Von-Mises、Hoek-Brown、Druck-Prager、空间滑动面(SMP)、Lade-Duncan、统一强度、幂函数以及 Griffith 强度准则和相应的修正准则等。冻土试验表明:这些准则不完全适用于冻土。目前,冻土强度的研究主要是基于试验结果而提出的半理论半经验公式,是根据不同的影响因素而建立的强度准则,如土质组分、含水率、含冰量、含盐量、温度、围压、应变速率、荷载和边界条件等。例如, Tsytovich 等^[2]通过试验发现,冻土单轴抗压强度随温度的降低而增大; Sayles^[3]试验研究发现,冻土单轴抗压强度和温度之间呈幂函数关系;吴紫汪等^[4]研究了一定加载速率下温度和围压对冻结砂土强度的影响;马巍等^[5-6]进行一系列不同围压下的低温三轴试验,提出在 $p-q$ 平面内冻土的强度呈抛物线变化规律;苗天德等^[7]通过引入损伤力学理论,建立了损伤演化方程,对冻土中的“强化”和“弱化”现象进行了描述;宁建国等^[8]从细观力学角度研究了冻土强度变化关系;余群等^[9]通过试验提出冻土瞬态变形与强度的关系;赖远明等^[10-13]通过对冻结砂土进行的低温三轴压缩试验,基于试验结果提出了修正的非线性 Mohr-Coulomb 强度准则、弹塑性损伤本构模型和基于广义塑性理论建立的弹塑性本构模型;胡凯^[14]和杨成松^[15]等分别对含盐冻结砂土和粉土的强度特性进行了试验研究;孙星亮等^[16]研究了低围压下冻结粉质黏土的强度和变形特性;李海鹏等^[17]研究了常应变速率下饱和和冻结黏土的单轴抗压强度;马小杰等^[18]进行了高温-高含冰量冻结黏土强度试验;杜海民等^[19]分析了初始含冰量对冻结粉质砂土变形与强度的影响;付伟等^[20]研究了在不同温度下冻土单轴抗压强度与电阻率关系。

姚仰平等^[21-22]在试验和前人研究的基础上针对融土提出了广义非线性强度理论,即在子午面上的破坏函数是幂函数曲线,偏平面内的破坏函数为介于 SMP 和广义 Mises 屈服准则之间的光滑曲线,通过与国内外学者不同材料试验结果的对比表明,广义非线性强度准则适用于多类材料,如金属、混凝土、岩石、砂土、黏土等。在岩石强度试验及理

论研究方面^[23-26],相关学者分别基于应变能方法、应变率效应及非线性三参数方法提出岩石的强度准则。由于冻土在子午面内的强度随平均应力(或围压)的增大呈先增大后减小的趋势,一般岩土类材料的广义非线性强度理论不再适用于冻土,故需对子午面内强度变化规律进行一定的修正或改进。例如,马巍等^[5-6,27]研究结果表明:冻土的强度大致呈抛物线变化,在低围压下强度随围压增大而增大,而高围压下强度随围压的增加而减小。Qi 等^[28]假设冻土的黏聚力和内摩擦角随围压变化而变化,对 Mohr-Coulomb 强度准则进行了修正。试验结果表明,修正后的强度准则对冻土具有较好的适用性。

本文基于低温三轴压缩试验结果,通过修正子午面内强度 $q-p$ 曲线的斜率 M^* ,获得了能考虑在子午面内冻土的强化与弱化效应。利用摩尔强度和包络线理论,推导了正应力、剪应力和内摩擦角的变化规律;通过假设采用 Mohr-Coulomb 和 Von-Mises 的强度准则的组合形式,得到偏平面内偏应力的包络线函数表达式。结合不同温度 T 下(-6 、 -10 、 -15 $^{\circ}\text{C}$)和不同围压 σ_3 下(0.3 、 1.4 、 3.0 、 6.0 、 10.0 、 15.0 MPa)的三轴试验结果确定了子午面和偏平面的相关强度参数,通过对比抛物线准则^[5-6]和修正 Mohr-Coulomb 准则^[28],结果表明本文建议的强度准则具有一定的适用性。

2 试样制备和试验结果

2.1 试样制备

试验材料为兰州粉土,取自兰州市东岗镇,颗粒级配曲线及物理参数分别如图 1、表 1 所示。首先将土碾压过 2 mm 的筛子,将过筛的土配置成含水率 $w=16\%$ 的土样,充分拌和均匀后用塑料袋密封防止水分蒸发;根据理论计算值称取土样并放入圆柱形模具中制备成直径为 61.8 mm 和高为 125.0 mm 的试样。其次,将制备好的试样置入真空罐中抽真空 3 h,随后注入纯净水反压饱和 12 h,以确保试样饱和度在 95%以上。然后,为避免试样在低温条件下内部水分产生迁移和冻胀现象,将试样和铜制模具一并置于 -30 $^{\circ}\text{C}$ 的冰箱中快速冻结,48 h 后移除模具。最后,将试样两端用环氧树脂垫片固定,外层套乳胶薄膜,然后放入恒温冰箱静置 24 h 达到均匀的试验温度。在试验开始前,通过调节两台冷浴将压力舱内油缸的温度降到试验温度(精度为 ± 0.1 $^{\circ}\text{C}$),紧接着将试样从恒温箱中取出,放入改进的 MTS-810 低温材料试验机内,预设围压固结 2 h 后进行加载试验。

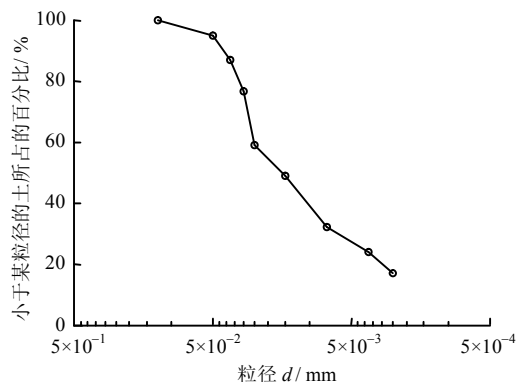


图 1 颗粒级配曲线 (单位: mm)

Fig.1 Particle size distribution curve (unit: mm)

表 1 冻结粉土物理指标

Table 1 Physical indices of frozen silt soils

土类	液限 / %	塑限 / %	塑性 指数	饱和含水率 / %	干密度 / (g/cm ³)	相对 密度
粉土	27.6	19.4	8.2	27.8	1.54	2.69

2.2 试验结果

不同温度和不同围压下的试验结果如图 2 所示。从图中可以明显地看出, 冻土的应力-应变曲线呈三阶段变化, 分别为线弹性阶段、弹塑性阶段和应变软化阶段。在 q - p 平面内, 极限强度随平均正应力 p (或围压) 的增大呈先增大后减小的趋势, 结果如图 3 所示。由于温度对强度的变化规律基本相似, 限于篇幅, 本文仅以 $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ 条件下的冻结粉土的强度变化规律进行讨论。

3 冻土强度准则

3.1 冻土强度准则的研究成果

大量的试验研究表明: 围压对冻土的强度既有强化也有弱化作用, 即在低围压作用下, 冻土强度随围压的增加而增加; 而高围压作用下, 冻土强度随围压的增加而减小。马巍等^[5-6]认为冻土的强度与平均正应力 (或围压) 之间呈抛物线型分布, 并建议 q - p 平面内的强度准则采用如下表达式:

$$q = c + bp - \frac{b}{2p_m} p^2 \quad (1)$$

式中: p 、 q 分别为八面体平面上的平均正应力和广义剪应力; c 为黏聚力; b 为内摩擦角; p_m 为极限剪应力条件下对应的正应力。试验结果表明, 式 (1) 对中低围压下强度变化规律具有较好的适用性, 而高围压下存在一定的误差。

Qi 等^[28]对不同温度和不同围压下的冻结砂土进行了一系列低温三轴压缩试验, 通过引入黏聚力和内摩擦角随平均正应力 p (或围压 σ_3) 的变化规

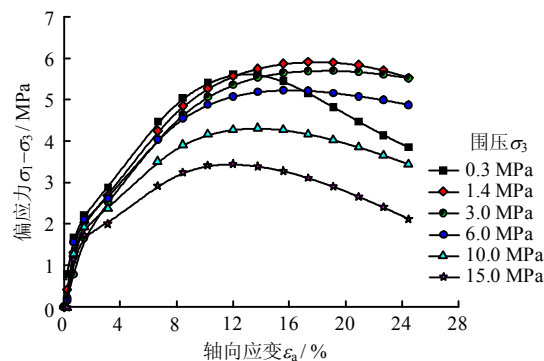
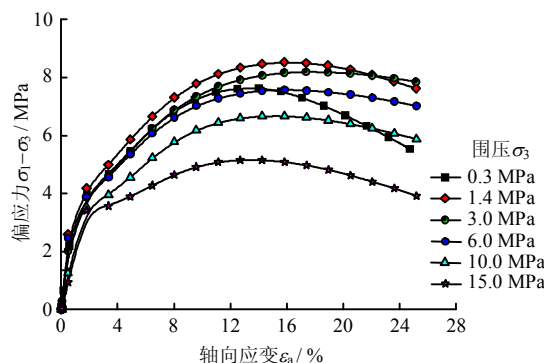
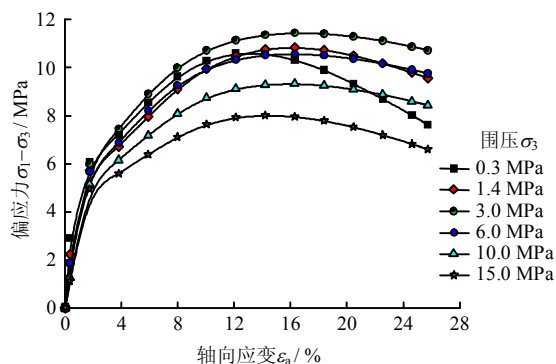
(a) $T = -6\text{ }^{\circ}\text{C}$ (b) $T = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$ (c) $T = -15\text{ }^{\circ}\text{C}$

图 2 不同温度下冻结粉土的偏应力-轴向应变曲线
Fig.2 Curves of deviatoric stress-axial strain of frozen silt soil under different temperatures

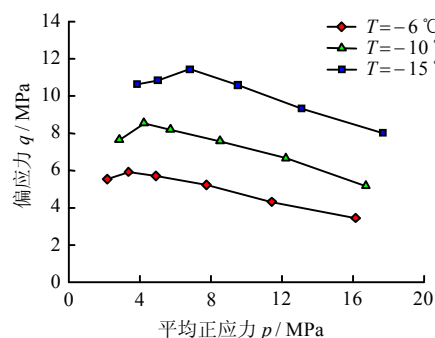


图 3 不同温度下的 q - p 强度曲线
Fig.3 Strength curves in q - p plane under different temperatures

律, 提出了修正的 Mohr-Coulomb 强度准则, 并利用试验结果与 Chamberlain^[29]和 Parameswaran^[30]等的研究成果进行对比, 结果表明该模型具有较好的精度, 具体的表达式如下:

$$\sigma_1 - \sigma_3 N_\varphi - 2c\sqrt{N_\varphi} = 0 \quad (2)$$

$$N_\varphi = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (3)$$

$$c = c_0 + \Delta c \lg\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{cr}}\right) \quad (4)$$

$$\varphi = \sigma_3 \tan\left[\varphi_0 + \Delta\varphi \lg\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{cr}}\right)\right] \quad (5)$$

$$q = c_0 + \Delta c \lg\left(\frac{p}{p_{cr}}\right) + p \tan\left[\varphi_0 + \Delta\varphi \lg\left(\frac{p}{p_{cr}}\right)\right] \quad (6)$$

式中: σ_1 、 σ_3 为第一和第三主应力; c_0 为初始黏聚力; φ_0 为初始内摩擦角; Δc 和 $\Delta\varphi$ 为与黏聚力和内摩擦角有关的材料参数; σ_{cr} 为临界围压; N_φ 为状态参数; φ 为内摩擦角。

3.2 子午面内的修正强度准则

基于已有研究成果^[5-6], 通过在子午面内对 q - p 曲线斜率 M 进行修正来模拟冻土的强度变化规律。其修正值 M^* 随平均正应力的增大而减小, 以此来反映冻土的强化与弱化效应。冻土强度曲线如图 4 所示, 当 $p < p_{max}$, 表示围压对冻土的强化效应; 当 $p \geq p_{max}$, 表示围压对冻土的弱化效应。

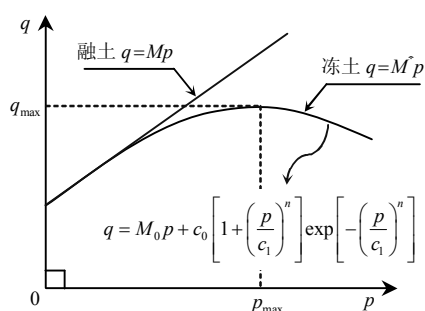


图 4 子午面内冻土应力-应变关系曲线
Fig.4 Stress-strain curves for frozen soil in meridian plane

冻土强度准则的具体表达式为

$$F = -q + M^* p \quad (7)$$

$$M^* = M_0 + \frac{c_0}{p} \left[1 + \left(\frac{p}{c_1} \right)^n \right] \exp \left[- \left(\frac{p}{c_1} \right)^n \right] \quad (8)$$

式中: F 为冻土在子午面内的强度准则; M^* 为子午面内的修正斜率; M_0 为初始应力比; c_1 和 n 均为材料参数。 p 、 q 的表达式如下:

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 \quad (9)$$

$$q = 1/\sqrt{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]^{1/2} \quad (10)$$

在常规三轴应力状态 (CTC) 下, 即 $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, p 、 q 的表达式可简化成:

$$p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3 \quad (11)$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (12)$$

冻土在 q - p 平面内曲线的修正斜率 M^* 随平均正应力 p 的增加逐渐向下弯曲, 由式 (7)、(8) 可得冻土修正的强度准则表达式为

$$q = M_0 p + c_0 \left[1 + \left(\frac{p}{c_1} \right)^n \right] \exp \left[- \left(\frac{p}{c_1} \right)^n \right] \quad (13)$$

冻土的强度主要由黏聚力和摩擦力两部分组成, 黏聚力是因为冰晶之间的胶结作用, 摩擦力由土颗粒之间的滑动抗力起作用。随平均正应力 (或围压) 的增大, 黏聚力逐渐减小, 即冻土中的冰晶逐渐破损, 在强度 q - p 曲线上表现为跌落现象, 其减小的根本原因是: 应力的增加造成冰胶结键的断裂和内部缺陷 (微裂隙) 的萌生发展, 随应力的增加, 孔隙内损伤加剧逐渐形成宏观剪切带, 造成结构的破坏。

3.3 偏平面强度准则

大量研究结果表明, Mohr-Coulomb 强度准则对岩土类材料具有较好的适用性, 由于未考虑中主应力的影响, 计算结果偏于安全^[20]。为简化起见, 假设冻土在偏平面内偏应力值介于 Mohr-Coulomb 和 Von-Mises 强度准则之间, 如图 5 所示。

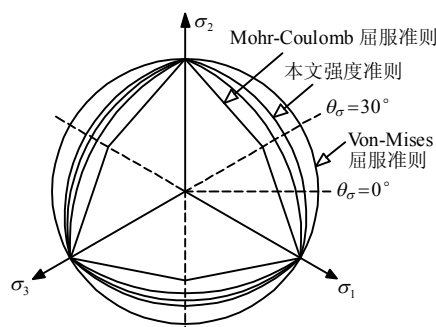


图 5 偏平面内的强度包络线
Fig.5 Strength envelopes in deviate plane

Mohr-Coulomb 强度准则在偏平面内的表达式

如下:

$$g(\theta_\sigma)_{M-C} = \frac{3 - \sin \varphi}{3(1 + 1/\sqrt{3} \tan \theta_\sigma \sin \varphi)} \quad (14)$$

$$q_{M-C} = kg(\theta_\sigma)_{M-C} \quad (15)$$

式中: q_{M-C} 为服从 Mohr-Coulomb 准则的偏应力值; $g(\theta_\sigma)_{M-C}$ 为服从 Mohr-Coulomb 准则曲线的形状函数; θ_σ 为应力罗德角, 常规三轴应力状态 (CTC) 下 $\theta_\sigma = -30^\circ$; k 为子午面内的偏应力值。

Von-Mises 强度准则在偏平面内的表达式如下:

$$g(\theta_\sigma)_{V-M} = 1 \quad (16)$$

$$q_{V-M} = kg(\theta_\sigma)_{V-M} \quad (17)$$

式中: q_{V-M} 服从 Von-Mises 准则的偏应力值; $g(\theta_\sigma)_{V-M}$ 服从 Von-Mises 准则曲线的形状函数。

假设冻土中偏平面内偏应力值采用如下表达式:

$$q = (1-s)q_{M-C} + sq_{V-M} \quad (18)$$

式中: s 为控制参量; 当 $s=0$ 时, q 服从 Mohr-Coulomb 屈服准则, 偏平面呈不规则六边形; 当 $s=1$ 时, q 服从 Von-Mises 屈服准则, 偏平面呈圆形; 当 $0 < s < 1$ 时, q 是二者的组合形式, 偏平面近似呈梨形。

将式 (14) ~ (18) 联立, 得到如下表达式:

$$q = k \frac{\frac{(1-s)(3-\sin \varphi)}{3(1+1/\sqrt{3} \tan \theta_\sigma \sin \varphi)} + s}{s + (1-s) \cos \theta_\sigma} \quad (19)$$

式 (19) 可简化成如下表达式:

$$q = kg(\theta_\sigma) \quad (20)$$

k 、 $g(\theta_\sigma)$ 表达式如下:

$$k = M_0 p + c_0 \left[1 + \left(\frac{p}{c_1} \right)^n \right] \exp \left[- \left(\frac{p}{c_1} \right)^n \right] \quad (21)$$

$$g(\theta_\sigma) = \frac{\frac{(1-s)(3-\sin \varphi)}{3(1+1/\sqrt{3} \tan \theta_\sigma \sin \varphi)} + s}{s + (1-s) \cos \theta_\sigma} \quad (22)$$

3.4 内摩擦角的影响

根据 Qi 等^[28]研究结果表明, 随平均正应力 (或围压) 的增加, 冻土内摩擦角相应地发生变化, 它

既影响子午面上的强度变化规律, 同时也影响到偏平面内的偏应力值。在应力空间中, 摩尔圆方程表达式如下:

$$f = \left(\sigma - p - \frac{q}{6} \right)^2 + \tau^2 - \frac{q^2}{4} \quad (23)$$

式中: σ 为正应力; τ 为剪应力; f 为摩尔圆方程表达式。

子午面内的屈服准则表达式为

$$F = M_0 p + c_0 \left[1 + \left(\frac{p}{c_1} \right)^n \right] \exp \left[- \left(\frac{p}{c_1} \right)^n \right] - q \quad (24)$$

依据包络线定理^[10], 有

$$\frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial F}{\partial q} - \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial F}{\partial p} = 0 \quad (25)$$

由式 (23) ~ (25) 可得子午面内正应力和剪应力表达式:

$$\sigma = p + \frac{1}{6} q - \frac{3q\chi_0}{12 + 2\chi_0} \quad (26)$$

$$\tau = \frac{3q}{12 + 2\chi_0} \sqrt{4 + \frac{4}{3}\chi_0 - \frac{8}{9}\chi_0^2} \quad (27)$$

式中: χ_0 为简化应力表达式而引入的中间变量。

根据 Mohr-Coulomb 理论, 冻土内摩擦角表示如下:

$$\tan \varphi = \frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} / \frac{\partial f}{\partial \tau} \quad (28)$$

由式 (23) ~ (28) 可得

$$\varphi = \arctan \left[\frac{3\chi_0}{2\sqrt{9 + 3\chi_0 - 2\chi_0^2}} \right] \quad (29)$$

$$\chi_0 = M_0 + \frac{c_0 n}{p} \left(\frac{p}{c_1} \right)^{2n} \exp \left[- \left(\frac{p}{c_1} \right)^n \right] \quad (30)$$

将式 (29) 和式 (30) 代入式 (19) 中, 便可得冻土偏平面内偏应力值的表达式。

4 参数验证

4.1 子午面内参数验证

根据三轴试验数据, 对子午面内的强度准则即式 (13) 中的参数进行拟合, 拟合曲线见图 6, 拟合结果如表 2 所示。为了验证本文所建议强度准则

的适用性, 对马巍等^[5-6]提出的抛物线准则和 Qi 等^[28]提出的修正的 M-C 准则进行对比, 相关参数拟合结果如表 2 所示。

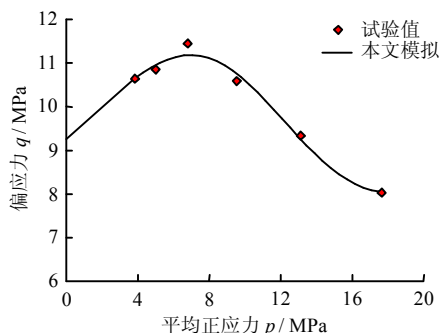


图 6 子午面内的拟合曲线

Fig.6 Fitting curve in meridian plane

通过与已有强度准则的对比, 表明本文建议的强度准则具有一定适用性, 结果如图 7 所示。从图中可以看出: 在低围压条件下, 本文模拟的曲线呈一定的线性分布, 而马巍^[5-6]建议采用的是抛物线形式, 与 Qi 等^[28]建议的修正 Mohr-Coulomb 屈服准则均考虑了围压的影响, 两条曲线均表现了一定的外凸性; 在高围压条件下, 3 种曲线均呈非线性分布。从数据之间的离散程度来看, 本文建议的强度曲线与试验值之间的方差最小, 拟合相关系数优于马巍^[5-6]和 Qi^[28]等的曲线。

4.2 偏平面内参数的验证与讨论

根据三轴试验结果, 结合表 2 和式 (29)、(30) 可得随平均正应力变化的内摩擦角包络线, 如图 8 所示。从图中可以看出: 随着平均正应力 (或围压) 的增加, 内摩擦角呈先增大后减小的趋势, 表明低

表 2 强度参数的拟合结果

Table 2 Fitting results of strength parameters

马巍等 ^[5-6]			Qi 等 ^[28]				本文					
c/MPa	b/rad	p_m/MPa	φ_0/rad	$\Delta\varphi/\text{rad}$	c_0/MPa	$\Delta c/\text{MPa}$	p_{cr}/MPa	M_0	c_0/MPa	c_1/MPa	n	
10.31	0.224 6	5.475	6.605	-1.055	7.858	0.581 6	8.600 6	0.380 8	9.255	9.97	2.161	

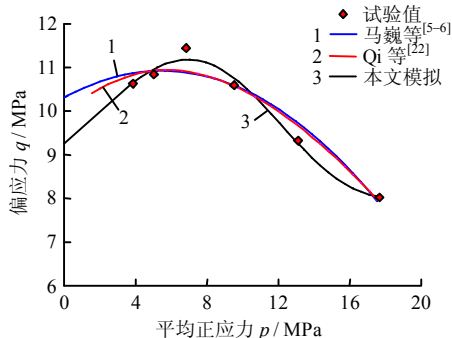


图 7 本文与文献试验值的对比

Fig.7 Comparisons between literature results and results from this study

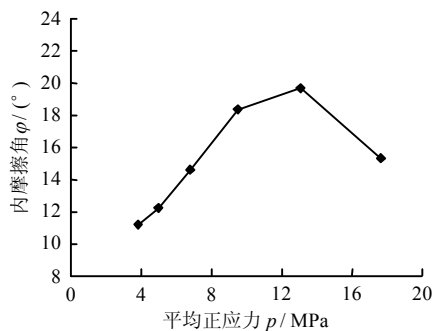


图 8 内摩擦角的包络线

Fig.8 Envelope of internal friction angle

化作用。

偏平面内参数变化情况如表 3 所示, 表中所列在不同围压和不同参数 s 作用下, 偏平面内偏应力大小随参数改变而变化。

(1) 据表 3 和式 (20)~(22) 可知, 当 s 固定时, 表明围压 (或平均正应力 p) 的变化对偏应力大小的影响。假设分 $s = 0.00$ 和 $s = 0.50$ 两种情况来讨论, 结果如图 9 和图 10 所示, 偏平面内的曲线形状采用式 (18) 表示。当 $s = 0.00$ 时, 由于偏应力的大小均用临界状态表示, 意味着受力全过程均采用 Mohr-Coulomb 强度准则, 试验表明 Mohr-Coulomb 强度准则不适用于高围压条件, 所以偏平面内仅采用单一的偏平面强度准则是不合理的。不过从图 9 中可以看出, 不同的围压对应着不同的包络线, 其偏应力大小与极限强度呈一一对应关系。当 $s = 0.50$ 时, 偏应力的包络线如图 10 所示, 形状与 Lade-Duncan 的梨形曲线相似, 不同的围压对应着不同的包络线, 其偏应力大小亦与极限强度呈一一对应关系, 在 0.3~3.0 MPa 反映了屈服面的扩展现象, 而 3.0~15.0 MPa 反映了屈服面的收缩现象。

(2) 当围压固定时, 以 $\sigma_3 = 0.3 \text{ MPa}$ 为例, 表明 s 的变化对偏平面内偏应力大小的影响, 结果如图 11 所示, 可以看出, 随 s 的逐渐增大, 偏应力

围压对冻土表现为强化作用, 而高围压则表现为弱

表 3 偏平面内相关参数下的偏应力值
Table 3 Deviatoric stress with related parameters in deviate plane

围压 / MPa	摩擦角 / (°)	k / MPa	$s = 0.00$				$s = 0.25$			
			$\theta_\sigma = 0^\circ$		$\theta_\sigma = 30^\circ$		$\theta_\sigma = 0^\circ$		$\theta_\sigma = 30^\circ$	
			$g(\theta_\sigma)$	q / kPa	$g(\theta_\sigma)$	q / kPa	$g(\theta_\sigma)$	q / kPa	$g(\theta_\sigma)$	q / kPa
0.3	11.20	10.65	0.93	9.95	0.88	9.34	0.95	10.13	0.91	9.67
1.4	12.24	10.96	0.93	10.17	0.87	10.23	0.95	10.37	0.90	9.86
3.0	14.58	11.18	0.91	10.22	0.84	10.30	0.94	10.46	0.88	9.86
6.0	18.34	10.76	0.89	9.59	0.80	9.70	0.92	9.88	0.85	9.18
10.0	19.69	9.26	0.88	8.18	0.79	8.29	0.91	8.45	0.84	7.80
15.0	15.31	8.04	0.91	7.32	0.83	7.38	0.93	7.50	0.88	7.04

$s = 0.50$				$s = 0.75$				$s = 1.00$			
$\theta_\sigma = 0^\circ$		$\theta_\sigma = 30^\circ$		$\theta_\sigma = 0^\circ$		$\theta_\sigma = 30^\circ$		$\theta_\sigma = 0^\circ$		$\theta_\sigma = 30^\circ$	
$g(\theta_\sigma)$	q / kPa	$g(\theta_\sigma)$	q / kPa	$g(\theta_\sigma)$	q / kPa	$g(\theta_\sigma)$	q / kPa	$g(\theta_\sigma)$	q / kPa	$g(\theta_\sigma)$	q / kPa
0.97	10.30	0.94	9.99	0.98	10.47	0.97	10.32	1.00	10.65	1.00	10.65
0.96	10.57	0.93	10.23	0.98	10.76	0.97	10.59	1.00	10.96	1.00	10.96
0.96	10.70	0.92	10.30	0.98	10.94	0.96	10.74	1.00	11.18	1.00	11.18
0.95	10.17	0.90	9.70	0.97	10.46	0.95	10.23	1.00	10.76	1.00	10.76
0.94	8.72	0.90	8.29	0.97	8.99	0.95	8.77	1.00	9.26	1.00	9.26
0.95	7.68	0.92	7.38	0.98	7.86	0.96	7.71	1.00	8.04	1.00	8.04

注: q 表示偏平面内偏应力的大小值。由于在偏平面内, 当罗德角 $\theta_\sigma = -30^\circ$, $g(\theta_\sigma) = 1$ 恒成立, 其偏应力值未列出。

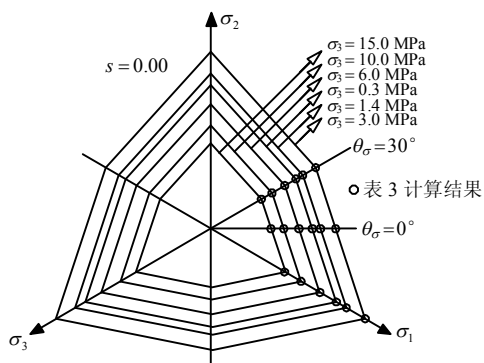


图 9 偏平面的包络线 ($s = 0.00$)

Fig.9 Envelopes in deviate plane ($s = 0.00$)

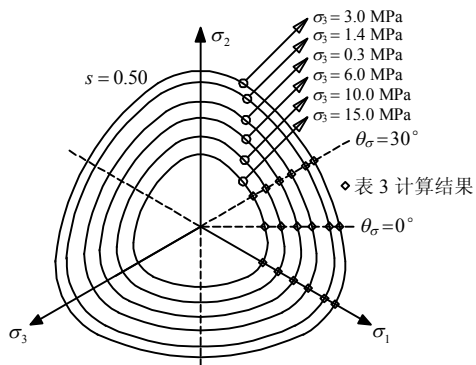


图 10 偏平面的包络线 ($s = 0.50$)

Fig.10 Envelopes in the deviate plane ($s = 0.50$)

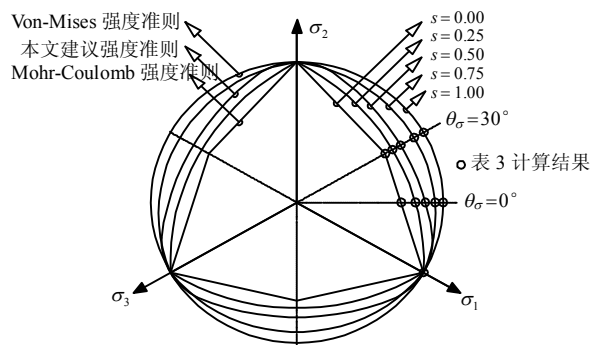


图 11 围压固定时偏平面的包络线

Fig.11 Envelopes in deviate plane with a fixed confining pressure

包络线逐渐增大, 曲线形状由 Mohr-Coulomb 不规则六边形包络线逐渐向圆形包络线转化。

5 结 论

(1) 通过修正子午平面内 $p-q$ 曲线上的斜率 M^* , 得到了子午面上的强度准则, 与试验结果对比表明: 该准则能反映随平均正应力 (或围压) 的增大, 曲线斜率逐渐减小, 从另一方面也反映围压对冻土的强化与弱化效应, 即低围压表现为强化效应, 高围压表现为弱化效应。

(2) 根据摩尔圆方程和包络线理论获得了冻土正应力、剪应力和内摩擦角的变化方程; 偏平面

内偏应力的大小用 Mohr-Coulomb 和 Von-Mises 屈服准则表示, 并利用 s 值控制包络线的形状, 即偏应力包络线是内摩擦角与参数 s 的函数。结果表明, 冻土内摩擦角随平均应力增加呈先增大后减小的趋势, 反映了围压对冻土的强化和弱化效应, 随后验证了偏平面内偏应力包络线的大小和形状变化趋势, 与极限强度呈一一对应关系。

(3) 通过子午面强度准则与文献的对比验证表明, 本文建议的强度准则具有一定的适用性。但本文对偏平面的偏应力包络线采用 Mohr-Coulomb 和 Von-Mises 的组合形式来表达, 即 s 具体值需利用真三轴试验进行确定, 需要进一步后续研究工作。

参 考 文 献

- [1] 齐吉琳, 马巍. 冻土的力学性质及研究现状[J]. 岩土力学, 2010, 31(11): 133—143.
QI Ji-lin, MA Wei. State-of-art of research on mechanical properties of frozen soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(11): 133—143.
- [2] TSYTOVICH N A, SUMGIN M I. The mechanics of frozen ground[M]. Translated by ZHANG Chang-qing, ZHU Yuan-ling. Beijing: Science Press.
- [3] SAYLES F H. Creep of frozen silt and clay[R]. [S. l.]: USA Cold Regions Research and Engineering Laboratory, 1974: 252.
- [4] 吴紫汪, 马巍, 张长庆, 等. 冻结砂土的强度特性[J]. 冰川冻土, 1994, 16(1): 15—20.
WU Zi-wang, MA Wei, ZHANG Chang-qing, et al. Strength characteristics of frozen sandy soil[J]. **Journal of Glaciology and Geocryology**, 1994, 16(1): 15—20.
- [5] 马巍, 吴紫汪, 张长庆. 冻土的强度与屈服准则[J]. 冰川冻土, 1993, 15(1): 129—133.
MA Wei, WU Zi-wang, ZHANG Chang-qing. Strength and yield criterion of frozen soil[J]. **Journal of Glaciology and Geocryology**, 1993, 15(1): 129—133.
- [6] 马巍, 吴紫汪, 盛煜. 围压对冻土强度特性的影响[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(5): 7—11.
MA Wei, WU Zi-wang, SHENG Yu. Effect of confining pressure on strength behavior of frozen soil[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1995, 17(5): 7—11.
- [7] 苗天德, 魏雪霞, 张长庆. 冻土蠕变过程的微结构损伤理论[J]. 中国科学(B 辑), 1995, 25(3): 309—317.
MIAO Tian-de, WEI Xue-xia, ZHANG Chang-qing. Micro-structural damage theories of creep of frozen soil[J]. **Science in China (Series B)**, 1995, 25(3): 309—317.
- [8] 宁建国, 王慧, 朱志武, 等. 基于细观力学方法的冻土本构模型研究[J]. 北京理工大学学报, 2005, 25(10): 847—851.
NING Jian-guo, WANG Hui, ZHU Zhi-wu, et al. Investigation of the constitutive model of frozen soil based on meso-mechanics[J]. **Journal of Beijing Institute of Technology**, 2005, 25(10): 847—851.
- [9] 余群, 张招祥, 沈震亚, 等. 冻土的瞬态变形和强度特性[J]. 冰川冻土, 1993, 15(2): 258—265.
YU Qun, ZHANG Zhao-xiang, SHEN Zhen-ya, et al. Instantaneous-state deformation and strength behavior of frozen soil[J]. **Journal of Glaciology and Geocryology**, 1993, 15(2): 258—265.
- [10] 赖远明, 程红彬, 高志华, 等. 冻结砂土的应力-应变关系及非线性莫尔强度准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8): 1612—1617.
LAI Yuan-ming, CHENG Hong-bin, GAO Zhi-hua, et al. Stress-strain relationships and nonlinear Mohr strength criterion of frozen sand clay[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26 (8): 1612—1617.
- [11] LAI YUANMING, JIN LONG, CHANG XIAOXIAO. Yield criterion and elasto-plastic damage constitutive model for frozen sandy soil[J]. **International Journal of Plasticity**, 2009, 25(6): 1177—1205.
- [12] LAI YUANMING, XU XIANGTIAN, YU WENBING, et al. An experimental investigation of the mechanical behavior and a hyperplastic constitutive model of frozen loess [J]. **International Journal of Engineering Science**, 2014, 84: 29—53.
- [13] LAI YUANMING, YANG YUGUI, CHANG XIAOXIAO, et al. Strength criterion and elastoplastic constitutive model of frozen silt in generalized plastic mechanics[J]. **International Journal of Plasticity**, 2010, 26(10): 1461—1484.
- [14] 胡凯, 赖远明. 含盐冻结粉质砂土的强度参数和强度准则试验研究[J]. 冰川冻土, 2014, 36(5): 1199—1204.
HU Kai, LAI Yuan-ming. Experimental study on the strength parameters and strength criteria of saline frozen silty sand[J]. **Journal of Glaciology and Geocryology**, 2014, 36(5): 1199—1204.
- [15] 杨成松, 何平, 程国栋, 等. 含盐冻结粉质黏土应力-应变关系及强度特性研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(12): 3282—3286.
YANG Cheng-song, HE Ping, CHENG Guo-dong, et al.

- Study of stress-strain relationships and strength characteristics of saturated saline frozen silty clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(12): 3282—3286.
- [16] 孙星亮, 汪稔, 胡明鉴, 等. 低围压下冻结粉质黏土的三轴强度及变形分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(10): 1623—1627.
- SUN Xing-liang, WANG Ren, HU Ming-jian, et al. Triaxial strength and deformation properties of frozen silty clay under low confining pressure[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(10): 1623—1627.
- [17] 李海鹏, 林传年, 张俊兵, 等. 饱和冻结黏土在常应变率下的单轴抗压强度[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 105—109.
- LI Hai-peng, LIN Chuan-nian, ZHANG Jun-bing, et al. Uniaxial compressive strength of saturated frozen clay at constant strain rate[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(1): 105—109.
- [18] 马小杰, 张建明, 常小晓, 等. 高温-高含冰量冻结黏土强度试验研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(9): 2498—2502.
- MA Xiao-jie, ZHANG Jian-ming, CHANG Xiao-xiao, et al. Experimental research on strength of warm and ice-rich frozen clays[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(9): 2498—2502.
- [19] 杜海民, 张淑娟, 马巍. 初始含冰量对冻结粉质砂土变形与强度的影响[J]. 岩土力学, 2014, 35(10): 2855—2860.
- DU Hai-min, ZHANG Shu-juan, MA Wei. Experimental study of uniaxial compressive deformation and strength of frozen silty sand under different initial ice contents[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(10): 2855—2860.
- [20] 付伟, 汪稔, 胡明鉴, 等. 不同温度下冻土单轴抗压强度与电阻率关系研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(1): 73—78.
- FU Wei, WANG Ren, HU Ming-jian, et al. Study of relationship between uniaxial compressive strength and electrical resistivity of frozen soil under different temperatures[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(1): 73—78.
- [21] 姚仰平, 路德春, 周安楠, 等. 广义非线性强度理论及其变换应力空间[J]. 中国科学(E 辑), 2004, 34(11): 1283—1299.
- YAO Yang-ping, LU De-chun, ZHOU An-nan, et al. Generalized nonlinear strength theory and transformed stress space[J]. **Science in China (Series E)**, 2004, 34(11): 1283—1299.
- [22] YAO YANGPING, HU JING, ZHOU ANNAN, et al. Unified strength criterion for soils, gravels, rocks, and concretes[J]. **Acta Geotechnica**, 2015, 10(6): 749—759.
- [23] 郭建强, 刘新荣, 王军保, 等. 基于弹性应变能的岩石强度准则[J]. 岩土力学, 2016, 37(增刊 2): 129—136.
- GUO Jian-qiang, LIU Xin-rong, WANG Jun-bao, et al. Strength criterion of rock based on elastic strain energy[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(Supp.2): 129—136.
- [24] 代金秋, 苏仲杰, 赵明超, 等. 粉质黏土的真三轴试验及强度特性研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(9): 2534—2540.
- DAI Jin-qiu, SU Zhong-jie, ZHAO Ming-chao, et al. True triaxial tests and strength characteristics of silty clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(9): 2534—2540.
- [25] 马林建, 阳发, 王明洋, 等. 考虑应变率效应的广义 Hoek-Brown 动态强度准则[J]. 岩土力学, 2017, 38(增刊 2): 27—32.
- MA Lin-jian, YANG Fa, WANG Ming-yang, et al. Generalized Hoek-Brown dynamic strength criterion incorporating strain rate effect[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(Supp.2): 27—32.
- [26] 孔志鹏, 孙海霞, 陈四利. 岩石材料的一种非线性三参数强度准则及应用[J]. 岩土力学, 2017, 38(12): 3524—3531.
- KONG Zhi-peng, SUN Hai-xia, CHEN Si-li. A nonlinear tri-parameter strength criterion for rock materials and its application[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(12): 3524—3531.
- [27] MA WEI, WU ZIWANG, ZHANG LIXIN, et al. Analyses of process on the strength decrease in frozen soils under high confining pressures[J]. **Cold Regions Science and Technology**, 1999, 29(1): 1—7.
- [28] QI JILIN, MA WEI. A new criterion for strength of frozen sand under quick triaxial compression considering effect of confining pressure[J]. **Acta Geotechnica**, 2007, 2: 221—226.
- [29] CHAMBERLAIN E, GROVES C, PERHAM R. The mechanical behaviour of frozen earth materials under high pressure triaxial test conditions[J]. **Geotechnique**, 1972, 22(3): 469—483.
- [30] PARAMESWARAN V R. Effect of alternating stress on the creep of frozen soils[J]. **Mechanics of Materials**, 1985, (4): 109—119.